Rechnen mit Brüchen

Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Beispiele:

1 $\frac{7}{24}+\frac{4}{24}=\frac{7+4}{24}=\frac{11}{24}$

2 $1-\frac{11}{24}=\frac{24}{24}-\frac{11}{24}=\frac{24-11}{24}=\frac{13}{24}$

Gleichnamige Brüche werden addiert (subtrahiert), indem man ihre Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}$ $\qquad$ $\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}$

Aufgaben:

1 $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

2 $\frac{7}{23}-\frac{3}{23}=\frac{4}{23}$

3 $\frac{4}{7}+\frac{3}{5}=\frac{20}{35}+\frac{21}{35}=\frac{41}{35}=1\frac{6}{35}$

4 $2+\frac{5}{9}=\frac{18}{9}+\frac{5}{9}=\frac{23}{9}=2\frac{5}{9}$

5 $\frac{2}{7}-\frac{2}{3}=\frac{6}{21}-\frac{14}{21}=-\frac{8}{21}$

6 $\frac{3}{8}-\frac{9}{20}=\frac{15}{40}-\frac{18}{40}=-\frac{3}{40}$

7 $\frac{5}{18}+\left(\frac{7}{12}+\frac{3}{18}\right)=\frac{5}{18}+\frac{3}{18}+\frac{7}{12}=\frac{8}{18}+\frac{7}{12}=\frac{4}{9}+\frac{7}{12}=\frac{16}{36}+\frac{21}{36}=\frac{37}{36}=1\frac{1}{36}$

8 $1\frac{1}{6}+2\frac{3}{4}=1+\frac{1}{6}+2+\frac{3}{4}=1+2+\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=3+\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=3+\frac{11}{12}=3\frac{11}{12}$

9 $1\frac{5}{7}+3\frac{2}{3}=1+3+\frac{5}{7}+\frac{2}{3}=4+\frac{15}{21}+\frac{14}{21}=4+\frac{29}{21}=4+1\frac{8}{21}=5\frac{8}{21}$

10 $-3\frac{1}{2}-1\frac{1}{6}=(-3-1)+(-\frac{1}{2}-\frac{1}{6})=-4+(-\frac{3}{6}-\frac{1}{6})=-4+\left(-\frac{4}{6}\right)=-4\frac{4}{6}=-4\frac{2}{3}$

11 $3\frac{1}{6}-1\frac{5}{6}=(3-1)+(\frac{1}{6}-\frac{5}{6})$ (f) $\quad\Rightarrow 2\frac{7}{6}-1\frac{5}{6}=1\frac{2}{6}=1\frac{1}{3}$

12 $-18\frac{1}{3}-12\frac{5}{6}=-17\frac{4}{3}-12\frac{5}{6}=-17\frac{8}{6}-12\frac{5}{6}=-29\frac{-13}{6}=-31\frac{1}{6}$

Multiplizieren von Brüchen

Beispiel:

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 1}{3\cdot 4}=\frac{1}{12}$$

Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Aufgaben:

1 $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2\cdot 1}{3\cdot 2}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

2 $\frac{10}{9}\cdot\frac{6}{12}=\frac{10\cdot 6}{9\cdot 12}=\frac{10\cdot 1}{9\cdot 2}=\frac{5\cdot 1}{9\cdot 1}=\frac{5}{9}$

Merke: Prüfe rechtzeitig, ob gekürzt werden kann !!

3 $\frac{16}{21}\cdot\frac{-7}{12}=\frac{16\cdot(-7)}{21\cdot 12}=\frac{4\cdot(-1)}{3\cdot 3}=-\frac{4}{9}$

4 $\frac{81}{25}\cdot\frac{65}{-18}=\frac{81\cdot 65}{25\cdot(-18)}=\frac{9\cdot 13}{5\cdot(-2)}=\frac{117}{-10}=-11\frac{7}{10}$

5 $1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{3}=(1\cdot 1)+(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3})=1+\frac{1}{12}=1\frac{1}{12}$ falsch !!

$1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{3}=\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{5\cdot 4}{4\cdot 3}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$

Vor dem Multiplizieren von gemischten Zahlen müssen sie in unechte Brüche verwandelt werden.

6 $5\frac{3}{7}\cdot 4\frac{4}{5}=\frac{38}{7}\cdot\frac{24}{5}=\frac{38\cdot 24}{7\cdot 5}=\frac{912}{35}=26\frac{2}{35}$

7 $(-3)\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{1}\cdot\frac{7}{3}=\frac{3\cdot 7}{1\cdot 3}=\frac{7}{1}=7$

Dividieren von Brüchen

Schaubild:

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\cdot\,\frac{3}{7}} \frac{6}{35} \xrightarrow{:\,\frac{3}{7}} \frac{2}{5}$$

Beispiel:

$$\frac{7}{8}:\frac{2}{3}=\frac{7\cdot2\cdot3}{8\cdot2\cdot3}:\frac{2}{3}=\frac{7\cdot3}{8\cdot2}=\frac{21}{16}$$

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert, indem man den unveränderten Dividenden mit dem Kehrbruch des Divisors multipliziert.

$$\frac{a}{b}:\frac{z}{n}=\frac{a}{b}\cdot\frac{n}{z}$$

Aufgaben:

1 $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{2\cdot5}{3\cdot4}=\frac{1\cdot5}{3\cdot2}=\frac{5}{6}$

2 $\frac{3}{8}:\frac{-5}{6}=\frac{3}{8}\cdot\frac{6}{-5}=\frac{3\cdot6}{8\cdot(-5)}=\frac{3\cdot3}{4\cdot(-5)}=-\frac{9}{20}$

3 $\frac{3}{4}:6=\frac{3}{4}:\frac{6}{1}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{6}=\frac{3\cdot1}{4\cdot6}=\frac{1\cdot1}{4\cdot2}=\frac{1}{8}$

4 $2\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}=\frac{5}{2}:\frac{10}{3}=\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{10}=\frac{5\cdot3}{2\cdot10}=\frac{1\cdot3}{2\cdot2}=\frac{3}{4}$

Auch beim Dividieren müssen gemischte Zahlen erst in unechte Brüche verwandelt werden.

5 $1\frac{1}{4}:5=\frac{5}{4}:5=\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{4}$

6 $\frac{\frac{14}{27}}{\frac{-7}{45}}=\frac{14}{27}:\frac{(-7)}{45}=\frac{14}{27}\cdot\frac{45}{(-7)}=\frac{14\cdot45}{27\cdot(-7)}=\frac{2\cdot5}{3\cdot(-1)}=\frac{10}{-3}=-3\frac{1}{3}$

7 $\frac{7}{18}:\left(\frac{13}{24}\cdot\frac{39}{56}\right)=\frac{7}{18}:\left(\frac{13\cdot39}{24\cdot56}\right)=\frac{7}{18}:\frac{169}{448}=\frac{7}{18}\cdot\frac{448}{169}=\frac{7\cdot224}{9\cdot169}=\frac{1568}{1521}=1\frac{47}{1521}$

8 $\frac{8}{15}:\left(\frac{12}{25}:1\frac{13}{27}\right)=\frac{8}{15}:\left(\frac{12}{25}\cdot\frac{27}{40}\right)=\frac{8}{15}:\left(\frac{3\cdot27}{25\cdot10}\right)=\frac{8}{15}:\frac{81}{250}=\frac{8}{15}\cdot\frac{250}{81}=\frac{8\cdot50}{3\cdot81}=\frac{400}{243}=1\frac{157}{243}$